

คณิตศาสตร์กับเกมทศกัณฐ์เด็ก

โดย...นายสัทธา หาญวงศ์ฤทธิ์
เว็บมาสเตอร์ “คณิตศาสตร์บนเว็บไซต์”

31 กรกฎาคม พ.ศ. 2550

ในช่วงวันหยุดสุดสัปดาห์ ผู้อ่านหลายท่านคงใช้เวลาส่วนใหญ่อยู่นอกบ้าน และมีกิจกรรมต่างๆ ทำมากมาย หนึ่งในนั้นก็คือการรับชมรายการต่างๆ ทางโทรทัศน์ โดยเฉพาะในช่วงเวลา 19.00 – 19.30 น. ทางช่องโมเดิร์นไนน์ ทีวี คงจะเป็นช่วงเวลาที่มีสมาชิกทุกคนในครอบครัวต่างจับจ้องอยู่ที่โทรทัศน์ เพราะในช่วงเวลาดังกล่าวมีรายการ “เกมทศกัณฐ์เด็ก” นั่นเอง

ลักษณะรายการจะให้เด็กๆ ที่มีอายุไม่เกิน 6 ขวบมาตอบปัญหาเกี่ยวกับรูปภาพของบุคคลสำคัญในวงการต่างๆ ทั้งของไทยและของต่างประเทศ โดยพิธีกรของรายการคือ “ปัญญา นิรันดร์กุล” จะเป็นผู้ถามซึ่งบุคคลที่เป็นคำถาม โดยมีหน้าให้เลือก 2 หน้า จากนั้นจะให้เด็กๆ ที่เป็นผู้เข้าแข่งขันเป็นผู้ตอบว่าหน้า “บน” หรือหน้า “ล่าง” ที่เป็นคำตอบ ถ้าตอบถูกก็จะมีสิทธิในการเล่นหน้าต่อไปเรื่อยๆ เมื่อครบ 10 หน้าก็จะได้รับเงินรางวัลสะสมในลักษณะทบต้นไปเรื่อยๆ ตัวอย่างเช่น

ตอบถูก 10 หน้าแรก (หน้าที่ 1 – 10) จะได้รับเงินรางวัล 10,000 บาท

ตอบถูก 10 หน้าถัดไป (หน้าที่ 11 – 20) จะได้รับเงินรางวัล 20,000 บาท

ตอบถูก 10 หน้าถัดไป (หน้าที่ 21 – 30) จะได้รับเงินรางวัล 30,000 บาท

ตอบถูก 10 หน้าถัดไป (หน้าที่ 31 – 40) จะได้รับเงินรางวัล 40,000 บาท

ตอบถูก 10 หน้าถัดไป (หน้าที่ 41 – 50) จะได้รับเงินรางวัล 50,000 บาท ฯลฯ

เพราะฉะนั้น เงินสะสมสำหรับการทายหน้าได้ถูกต้องใน 50 หน้าแรกจะอยู่ที่ 150,000 บาท

คราวนี้เงินรางวัลที่รายการจะมอบให้นั้นมาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อยู่บ้างก็ตรงที่ ทางรายการได้ตั้งกติกาพิเศษเอาไว้ว่าถ้าเด็กๆ ที่มาร่วมรายการสามารถทายหน้าได้ถูกต้องครบ 200 หน้า แล้วจะได้เงินรางวัลรวมมูลค่าถึง 4,000,000 บาท

ปัญหาที่เราจะพิจารณาในที่นี้ก็คือถ้าเราคิดตามกติกาปกติที่รายการตั้งไว้เป็นพื้นฐานคือตอบถูกทุกๆ 10 หน้า จะได้รับเงินรางวัลสะสมไปเรื่อยๆ ดังได้กล่าวมาแล้ว แล้วถ้าเด็กๆ สามารถทายหน้าได้ครบ 200 หน้าแล้วจะได้เงินรางวัลรวมมูลค่าเท่าไร จะเป็น 4,000,000 บาทหรือเปล่า จะมากกว่าหรือน้อยกว่า...

ก่อนอื่นขอให้สังเกตเงินรางวัลที่เด็กๆ จะได้รับเมื่อทายหน้าถูกต้องครบในแต่ละช่วงคือ 10,000 20,000 30,000 40,000 50,000 ... เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ ยิ่งทายถูกมากเท่าไร เงินรางวัลที่จะได้รับในแต่ละช่วงก็จะมากขึ้นด้วย

ทั้งนี้ โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เราจะได้พจน์ทั่วไปของเงินรางวัลที่จะได้รับในแต่ละช่วงคือ $a_n = 10,000n$ ----(1) เมื่อ n คือช่วงเงินรางวัล

หลังจากนั้นเราจะมาหาเงินรางวัลรวมเมื่อเด็กๆ ตอบถูกได้ครบ 200 หน้า โดยเครื่องมือที่เราจะใช้ก็คือเครื่องหมายรวมยอด (Σ) นั่นเอง

สมมติให้ S_n แทนเงินรางวัลรวมที่เด็กๆ จะได้รับเมื่อตอบถูก n ช่วง

$$\text{จะได้ว่า } S_n = \sum_{k=1}^n 10,000k = 10,000 \sum_{k=1}^n k = 10,000 \left(\frac{k}{2}(k+1) \right) = 5,000k(k+1) \text{ ----(2)}$$

จากสมการ (2) ถ้าเราใช้ตัวเลข 4,000,000 บาท เป็นฐานในการคำนวณ เราก็จะได้สมการคือ

$$4,000,000 = 5,000k(k+1) \text{ ----(3)}$$

แก้สมการได้ค่า k ที่เป็นบวกและเป็นค่าที่เป็นไปได้คือ $k = 28$ นั่นแสดงว่าภายใต้กติกาปกติ เด็กๆ จะต้องเล่นเกมให้ได้ถึงรอบที่ 28 หรือต้องทายหน้าให้ได้ถึง 280 หน้า จึงจะสามารถทำเงินรางวัลได้ 4,000,000 บาทตามกติกา เพราะฉะนั้น การที่ทางรายการตั้งกติกามอบรางวัลมูลค่ากว่า 4,000,000 บาท เมื่อเด็กๆ สามารถทายหน้าถูกต้องเพียง 200 หน้า จึงเป็นเรื่องที่คุ้มเกินคุ้ม ส่วนที่เกินมา 80 หน้าจึงเป็นกำไรของเด็กๆ โดยแท้!!

ส่วนที่ผู้เขียนจะขอแถมให้ได้พิจารณากันก็คือ ถ้าเราพิจารณาที่ $k = 20$ หรือก็คือ เมื่อเด็กๆ สามารถทายหน้าได้ถูกต้องครบ 200 หน้าตามกติกาปกติ จะได้เงินรางวัลเท่าไร

การตอบปัญหานี้เราจะใช้สมการ (2) โดยแทนค่า $k = 20$ เราก็จะได้คำตอบที่ต้องการ ซึ่งก็คือ

$S_{20} = 5,000(20)(20+1) = 2,100,000$ บาท จะเห็นได้ว่าภายใต้จำนวนหน้าที่ทายเท่ากันแต่ใช้กติกาคนละอย่างก็ทำให้ได้เงินรางวัลรวมมูลค่าที่แตกต่างกันนับล้านบาทเลยทีเดียว

๐ ๐ ๐ ๐ ๐ ๐ ๐