

## การหาโดเมน (Domain) และเรนจ์ (Range) ของความสัมพันธ์

**นิยาม** ให้  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$

1. โดเมนของ  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับ

โดเมนของ  $r$  เขียนแทนด้วย  $D_r$

นั่นคือ  $D_r = \{x \mid (x, y) \in r\}$

2. เรนจ์ของ  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับ

เรนจ์ของ  $r$  เขียนแทนด้วย  $R_r$

นั่นคือ  $R_r = \{y \mid (x, y) \in r\}$



เราทราบว่า การเขียนความสัมพันธ์ สามารถเขียนได้ใน 2 รูปแบบคือ แจกแจงสมาชิกและเงื่อนไข

- ความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก การหาโดเมนและเรนจ์ให้พิจารณาตามนิยามดังกล่าว
- ความสัมพันธ์แบบเงื่อนไข การหาโดเมนและเรนจ์สามารถทำได้ดังนี้
  - เมื่อต้องการหาโดเมน ให้จัด  $y$  ในเทอม  $x$  แล้วพิจารณาหาค่า  $x$  ทั้งหมดที่ทำให้หาค่า  $y$  ได้ และ  $(x, y) \in r$
  - เมื่อต้องการหาเรนจ์ ให้จัด  $x$  ในเทอม  $y$  แล้วพิจารณาหาค่า  $y$  ทั้งหมดที่ทำให้หาค่า  $x$  ได้ และ  $(x, y) \in r$

### แบบฝึกหัด

#### จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1.  $r = \{(1, 4), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 6)\}$

กำหนด  $A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{6, 8, 10, 12, 16\}$

จงใช้เซตนี้ตอบคำถามในข้อ 2-4

2.  $r$  เป็นความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สาม” จาก  $A$  ไป  $B$

3.  $r$  เป็นความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก  $A$  ไป  $B$

4.  $\{(a, b) \in A \times B \mid (a, b) = 2\}$

กำหนด  $A = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x \leq 6\}$

$B = \{x \in \mathbb{I} \mid 0 \leq x \leq 10\}$

$C = \{x \in \mathbb{I}^+ \cup \{0\} \mid 0 \leq y^2 \leq 25\}$  จงใช้เซตนี้ตอบคำถามในข้อ 5-8

5.  $r$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $A$  ซึ่ง  $r = \{(x, y) \mid 2x + y \geq 6\}$

6.  $r$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $B$  ซึ่ง  $r = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 164\}$

7.  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $B$  ไปยัง  $C$  โดยที่  $(x, y) \in r$  เมื่อ  $x$  ทหารด้วย 6 เหลือเศษ  $y$

8.  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $C$  ไปยัง  $A$  โดยที่  $(x, y) \in r$  เมื่อ  $[x, y]$  เป็นสัญลักษณ์ที่เขียนแทนการหา ค.ร.น. ของ  $x$  กับ  $y$  และ  $[x, y] < 3$

9.  $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = |x - 3|\}$  ;  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

10.  $r = \{(x, y) \in B \times B \mid y = \sqrt{x - 1} + 2\}$  ;  $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

11.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I}^+ \mid y = |x|\}$
12.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x^2 + y^2 = 4\}$
13.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I}^+ \mid x^2 + y^2 = 4\}$
14.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{I}^+ \times \mathbb{I}^+ \mid x^2 + y^2 = 4\}$
15.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -2\}$
16.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x + 2y = 5\}$
17.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2}{x-3} \right\}$
18.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{3-2x}{3x+1} \right\}$
19.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{3}{2-x^3} \right\}$
20.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 - \frac{4}{(x-1)^2 - 4} \right\}$
21.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{9-x^2} \right\}$
22.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{3x-4} \right\}$
23.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{4-x}} \right\}$
24.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = |x| + 2\}$
25.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x+4| + |y+5| = 8\}$
26.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{|x|}{1+|x|} \right\}$
27.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x - 5y + xy = 0\}$
28.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2y - x^2 - y = 0\}$
29.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0\}$
30.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2 - 3y - 4\}$
31.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 16x^2 - 9y^2 = 144\}$
32.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2}{1-|x+2|} \right\}$
33.  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2}{|x|-1} \right\}$

$$34. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{3x - 1 + 2\sqrt{2x^2 - 3x - 2}} \right\}$$

$$35. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + y - 3 = 0; y \geq 0 \right\}$$

$$36. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x - |x|} \right\}$$

$$37. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{|x| - x} \right\}$$

$$38. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}} \right\}$$

$$39. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{x - |x|}} \right\}$$

$$40. r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} + \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right\}$$

**แบบฝึกหัดเพิ่มเติม**

**จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้**

(by KiTTiKuN \*)

1. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = mx + c\}$
2. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a(x - h)^2; a > 0\}$
3. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a(x - h)^2; a < 0\}$
4. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a(y - k)^2; a > 0\}$
5. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a(y - k)^2; a < 0\}$
6. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a|x - h|; a > 0\}$
7. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a|x - h|; a < 0\}$
8. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a|y - k|; a > 0\}$
9. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a|y - k|; a < 0\}$
10. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a\sqrt{x - h}; a > 0\}$
11. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - k = a\sqrt{x - h}; a < 0\}$
12. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a\sqrt{y - k}; a > 0\}$
13. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - h = a\sqrt{y - k}; a < 0\}$
14. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2\}$
15. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0\}$
16. ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1; a > b\}$

17. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 ; a > b \}$

18. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{ax+b}{cx+d} \}$

19. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x \pm y| = k ; k \geq 0 \}$

20. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x-h| + |y-k| = c ; c \geq 0 \}$

21. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x-h| - |y-k| = c ; c \geq 0 \}$

22. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{ax^2 - b} ; b > 0 \}$

23. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{b - ax^2} ; b > 0 \}$

24. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{ax^2 + b} ; b > 0 \}$

25. ถ้า  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{b}{\sqrt{x^2 - a}} \}$

25.1 ถ้า  $b > 0$  แล้ว

25.2 ถ้า  $b < 0$  แล้ว

