

## แบบทดสอบเรื่อง ระบบจำนวนจริง

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 1 ตอน รวม 30 คะแนน
2. ตอนที่ 1 เป็นแบบอัตนัย รวม 30 คะแนน
3. ทำแบบทดสอบทุกข้อ

### ตอนที่ 1 จงแสดงวิธีทำ

1. จงหาคำตอบของอสมการ  $-2 < x^2 - 3x < 18$  (5 คะแนน)
2. กำหนดให้  $*$  เป็นตัวดำเนินการในระบบจำนวนจริง และ  $a, b$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ นิยามดังต่อไปนี้  $a * b = 2a + 2b - 1$  จงตรวจสอบว่าการดำเนินการนี้
  - 1) มีสมบัติการสลับที่หรือไม่ (2 คะแนน)
  - 2) มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มหรือไม่ (2 คะแนน)
  - 3) มีเอกลักษณ์หรือไม่ (2 คะแนน)
  - 4) มีอินเวอร์สหรือไม่ (2 คะแนน)
3. สำหรับจำนวนจริงบวก  $a, b, c$  ใดๆ
  - 1) จงแสดงว่า  $a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$  (3 คะแนน)
  - 2) จงใช้ผลจากข้อ 1) เพื่อหาค่าต่ำสุดของ  $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$  (2 คะแนน)
4. จงพิสูจน์หรือยกตัวอย่างค้านข้อความต่อไปนี้ เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ
  - 1)  $(a + b + c)^2 \geq a^2 + b^2 + c^2$  (3 คะแนน)
  - 2)  $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$  (2 คะแนน)
5. กำหนดให้  $a_0, a_1, a_2$  เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ ถ้า  $a_1 = a_0 + a_2$  จงพิจารณาว่า  $2 \mid (a_0 + a_1 + a_2)$  หรือไม่ (3 คะแนน)
6. กำหนดให้  $m, n, x, y, z$  เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ
  - 1) สมมติว่า  $x \mid y$  และ  $y \mid z$  ลงตัว จงพิจารณาว่า  $x \mid z$  เป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงให้พิสูจน์แต่ถ้าไม่จริงให้ยกตัวอย่างค้าน (2 คะแนน)
  - 2) สมมติว่า  $x \mid (m - n)$  และ  $y \mid (m - n)$  จงพิจารณาว่า  $xy \mid (m - n)$  เป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงจงพิสูจน์แต่ถ้าไม่จริงให้ยกตัวอย่างค้าน (2 คะแนน)